Pismeni ispit iz Matematike II, 06.07.2012.

GRUPA A

1. Izračunati integral $\int_0^2 x\sqrt{4+x^2}\,\mathrm{arctg}\frac{x}{2}\,dx.$
2. Promijeniti poredak integracije u integralu $I=\int_{-7}^{-1} dy \int_{2-\sqrt{7-6y-y^2}}^{2+\sqrt{7-6y-y^2}} f(x,y)\,dx.$
3. Odrediti brojeve a i b tako da vektorsko polje $\vec{v}=\left(yz+axy, xz+bx^2+yz^2, axy+y^2z\right)$ bude potencijalno i za dobijeno polje izračunati njegovu cirkulaciju duž pravolinijske konture od tačke $A(1,1,1)$ prema tački $B(2,2,2)$.
4. Izračunati krivolinijski integral prve vrste $\int_c (x+y)\,ds,$ ako je c desna latica lemniskate

   $\rho=a\sqrt{\cos 2\varphi}.$

GRUPA B

1. Izračunati integral $\int_0^3 \arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}}\,dx.$
2. Promijeniti poredak integracije u integralu $\int_0^1 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{\sqrt{3-y^2}} f(x,y)\,dx.$
3. Dokazati da je vektorsko polje $\vec{v}=\left(2xz, 2yz, x^2+y^2-z^2\right)$ potencijalno i naći tok (fluks) tog polja kroz vanjsku stranu sfere $x^2+y^2+(z-1)^2=1.$
4. Izračunati krivolinijski integral prve vrste $\int_c (x-y+2z)\,ds,$ ako je c kontura trougla

   $ABC,\ A(0,0,0), B(14,0,0), C\left(9,\frac{36}{5},\frac{48}{5}\right).$

Stari program

1. Razviti u Fourierov red funkciju $f(x)=\frac{\pi-x}{2}, x\in[0,2\pi].$
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y'''-4y=x.$
3. Odrediti brojeve a i b tako da vektorsko polje $\vec{v}=\left(yz+axy, xz+bx^2+yz^2, axy+y^2z\right)$ bude potencijalno i za dobijeno polje izračunati njegovu cirkulaciju duž pravolinijske konture od tačke $A(1,1,1)$ prema tački $B(2,2,2)$.
4. Izračunati krivolinijski integral prve vrste $\int_c (x+y)\,ds,$ ako je c desna latica lemniskate

   $\rho=a\sqrt{\cos 2\varphi}.$